

1. (10 คะแนน) จงเขียนประสิทธิภาพเชิงเวลาของความสัมพันธ์เวียนเกิดต่อไปนี้ โดยใช้ Master Theorem หรือตอบว่า “ไม่ตรงเงื่อนไข” กรณีที่ความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่ตรงกับเงื่อนไขของ Master Theorem สำหรับทุก ๆ ข้อให้ถือว่า $T(1) = \theta(1)$

Master Theorem

The Master Theorem applies to recurrences of the following form:

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

where $a \geq 1$ and $b > 1$ are constants and $f(n)$ is an asymptotically positive function.

There are 3 cases:

1. If $f(n) = O(n^{\log_b a - \epsilon})$ for some constant $\epsilon > 0$, then $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$.
2. If $f(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log^k n)$ with $k \geq 0$, then $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log^{k+1} n)$.
3. If $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$ with $\epsilon > 0$, and $f(n)$ satisfies the regularity condition, then $T(n) = \Theta(f(n))$.
 Regularity condition: $af(n/b) \leq cf(n)$ for some constant $c < 1$ and all sufficiently large n .

ข้อ	Recurrent	ความซับซ้อนเชิงเวลา
(1)	$T(n) = 2^n T(n/2) + n^n$	
(2)	$T(n) = 2T(n/2) + n \log n$	
(3)	$T(n) = 2T(n/4) + n^{0.51}$	
(4)	$T(n) = 16T(n/4) + n!$	
(5)	$T(n) = \sqrt{2}T(n/2) + \log n$	
(6)	$T(n) = 2T(n/2) + n/\log n$	
(7)	$T(n) = 64T(n/8) - n^2 \log n$	
(8)	$T(n) = 4T(n/2) + \log n$	
(9)	$T(n) = T(n/2) + n(2 - \cos(n))$	
(10)	$T(n) = 4T(n/2) + cn$	

2. (3 คะแนน) กำหนดให้ผลลัพธ์ของการคำนวณปัญหา Longest Common Subsequence (LCS) ของสายอักขระ OLAHATLASOA กับ AHAHOLALASA ด้วยวิธี Dynamic Programming ตามเอกสารประกอบคำสอน มีผลเป็นดังตารางดังต่อไปนี้จงหาว่า LCS ของสายอักขระสองอันนี้คืออะไร

		O	L	A	H	A	T	L	A	S	O	A
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
H	0	0	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
A	0	0	0	1	2	3	3	3	3	3	3	3
H	0	0	0	1	2	3	3	3	3	3	3	3
O	0	1	1	1	2	3	3	3	3	3	3	4
L	0	1	2	2	2	3	3	4	4	4	4	4
A	0	1	2	3	3	3	3	4	5	5	5	5
L	0	1	2	3	3	3	3	4	5	5	5	5
A	0	1	2	3	3	4	4	4	5	5	5	6
S	0	1	2	3	3	4	4	4	5	6	6	6
A	0	1	2	3	3	4	4	4	5	6	6	7

คำตอบ _____ (ให้ตอบ string ที่เป็น LCS)

3. (5 คะแนน) Peak Detection ให้ $x[1], x[2], \dots, x[n]$ เป็น รายการของตัวเลขจำนวนเต็มที่มีคุณสมบัติพิเศษว่าตัวเลขในรายการจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆจนถึงตัวเลขที่มีค่ามากที่สุดหลังจากนั้นตัวเลขก็จะลดลงเรื่อยๆจนจบรายการ จงเติม Pseudo Code ที่ใช้หาว่าตัวเลขที่มีค่ามากที่สุดคือค่าอะไร (ตัวอย่างเช่น $x = \langle 1, 2, 5, 6, 8, 9, 15, 3, 2, 1 \rangle$ จะได้ peak คือ 15) โดยประสิทธิภาพเชิงเวลาต้องไม่ช้ากว่า $O(\log n)$ โดยเรารับประกันว่าตัวเลขที่มีค่ามากที่สุดจะไม่เป็นตัวที่ 1 หรือ n และ $n \geq 3$

```

Peak(x, left, right) {
    if (right-left == 2) return x[left+1];
    mid = (left + right) / 2
    if (_____ ) return x[mid]
    if (_____ ) return Peak(x, left, mid) else return Peak(x, mid, right)
}

Peak(x) {
    return Peak(x, 1, n)
}

```

4. (5 คะแนน) สำหรับความสัมพันธ์เวียนเกิด $K(P)$ ที่กำหนดให้ในแต่ละข้อย่อยต่อไปนี้ จงเติมค่าของ $K(P)$ ต่าง ๆ เมื่อคำนวณด้วยวิธี Dynamic Programming ลงในตาราง สำหรับค่า P ตั้งแต่ 0 ถึง 11 และในแต่ละข้อ กำหนดให้ $w_1 = 1, w_2 = 3, w_3 = 5$

$$4.1 K(P) = \begin{cases} 0 & P = 0 \\ \min(K(P - w_i) + 1) & (for w_i \leq p) \quad P > 0 \end{cases}$$

P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
K(P)	0											

$$4.2 K(P) = \begin{cases} 1 & P = 0 \\ \text{sum}(K(P - w_i)) & (for w_i \leq p) \quad P > 0 \end{cases}$$

