

- 1.6. binary search tree ที่เก็บข้อมูลจำนวน 700 ตัว มีความสูงได้น้อยสุดเท่ากับ
- 1.7. จริงหรือไม่ว่า ถ้ารากของ binary search tree ไม่มีลูกขวา (แต่มีลูกซ้าย) ค่ามากที่สุดของต้นไม้ต้องอยู่ที่ราก
- 1.8. ต้นไม้ AVL ที่มีความสูง 6 มีจำนวนปมน้อยสุดปม
- 1.9. ต้นไม้ AVL ที่มีความสูง 6 มีจำนวนปมมากที่สุดปม
- 1.10. ถ้าเก็บประวัตินิติศาสตราจารย์ฯ จุฬาฯ (ที่มีประมาณ 500 คน) โดยใช้ตารางแฮชขนาด 1000 ช่อง และ $h(x) = x \% 1000$ โดยที่ x คือรหัสนิติศต ย่อมไม่ดีแน่ เพราะ.....
- 1.11. ให้ H คือตารางแฮชแบบ open addressing ขนาด M ช่อง ถ้า H มี load factor เป็น L การหาว่าข้อมูลใดที่เก็บใน H มีค่ามากที่สุด จะใช้เวลาการทำงานเป็น $\Theta(\dots\dots\dots)$...
- 1.12. ถูกหรือผิดที่สมชายแนะนำว่า หากใช้ตารางแฮชแบบ separate chaining ก็ต้องระวังเรื่องอย่าให้ load factor เกิน 0.5
2. (10 คะแนน) สำหรับคลาส LinkedList (circular doubly linked list with header) จงเขียนเมทอด `public void swap(int a,int b)` ซึ่งจะทำการสลับปมที่เก็บข้อมูลที่ตำแหน่ง a กับ ตำแหน่ง b ของ list ที่เรียก โดยที่ $0 \leq a \leq b < size$ การเขียนเมทอด `swap` นี้ ห้ามเรียกใช้สมาชิก element ของคลาส `LinkedListNode` ให้ใช้เฉพาะสมาชิก `prev` และ `next` เท่านั้น

```
public class LinkedList implements List {
    private static class LinkedListNode {
        Object element;
        LinkedListNode prev, next;
        LinkedListNode(Object e, LinkedListNode p, LinkedListNode n) {
            this.element = e; this.prev = p; this.next = n;
        }
    }
    private LinkedListNode header;
    //ไม่ได้แสดงเมทอดหรือสมาชิกอื่น ๆ ของ LinkedList แต่สามารถเรียกใช้ได้ตามปกติ
    public void swap(int a, int b) {

    }
}
```

3. (10 คะแนน) สำหรับคลาส LinkedList (circular doubly linked list with header) จงเขียนเมธอด public void append(LinkedList that) ซึ่งจะนำข้อมูลใน that มาต่อท้ายข้อมูลของ list นี้ เช่น ให้ x เป็น list เก็บ <a, b, c, d> และให้ y เป็น list เก็บ <p, q, r> ถ้าเราเรียก x.append(y) x จะกลายเป็น <a, b, c, d, p, q, r> และ y จะกลายเป็น list ที่ไม่มีข้อมูล จงเขียนเมธอด append ที่ใช้เวลาในการทำงานเป็น $\Theta(1)$

```
public class LinkedList implements List {
    //ไม่ได้แสดงเมธอดหรือสมาชิกอื่น ๆ ของ LinkedList แต่สามารถเรียกใช้ได้ตามปกติ
    public void append(LinkedList that) {

    }
}
```

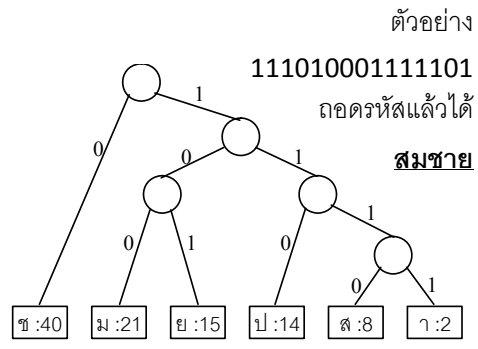
4. (10 คะแนน) สำหรับคลาส AVLTree นั้น เรารักษากฎความสูงของต้นไม้ได้โดยเมธอด rebalance(Node r) ซึ่งจะทำการแก้ไขต้นไม้ย่อยที่มี r เป็นรากตามแต่กรณีของการเอียงของต้นไม้ ในกรณีที่ 3 ตามเอกสารประกอบคำสอน ซึ่งเป็นกรณีที่ r.left นั้นสูงกว่า r.right และ r.left.left นั้นต่ำกว่า r.left.right เราจะแก้ไขโดยการเรียก rotateRightChild(r.left) แล้วตามด้วย rotateLeftChild(r) จงเขียนเมธอด Node rotateRightLeft(Node r) ซึ่งทำการแก้ไขกรณีที่ 3 ด้วยวิธีดังกล่าว โดยห้ามเรียกใช้เมธอด rotateRightChild และ rotateLeftChild

```
public class AVLTree extends BSTree {
    //ไม่ได้แสดงเมธอดหรือสมาชิกอื่น ๆ ของ AVLTree แต่สามารถเรียกใช้ได้ตามปกติ
    public Node rotateRightLeft(Node r) {

    }
}
```

5. (10 คะแนน) จงเขียนเมทอด `public static String decoding(HuffmanNode hTree, BitStream bitstream)` เพื่อถอดรหัสข้อมูลที่ถูกรหัสด้วยวิธี Huffman Coding เมทอดนี้รับ `hTree` เป็นต้นไม้ฮัฟฟ์แมน และ `bitstream` เป็นรายการของบิตที่ได้มาจากการเข้ารหัสข้อมูลที่เป็นสตริง (`bitstream` เป็นอ็อบเจกต์ของคลาสภายในชื่อ `BitStream` ที่มีเมทอดให้เรียกใช้ตามที่เขียนในโปรแกรมข้างล่าง) หมายเหตุ : ต้นไม้ฮัฟฟ์แมนในข้อนี้มีแนวคิดคล้าย (แต่ไม่เหมือน) กับคลาส `HuffmanTree` ที่นำเสนอในชั้นเรียน

```
public class HuffmanNode implements Comparable {
    public int freq;
    public String character;
    public HuffmanNode left, right;
    public HuffmanNode(int f, String c, HuffmanNode l, HuffmanNode r) { // constructor
        freq = f; character = c; left = l; right = r;
    }
    public boolean isLeaf() { return left == null && right == null; }
    public int compareTo(Object obj) { return freq - ((HuffmanNode) obj).freq; }
    //-----
    public static HuffmanNode coding(int[] freq, String[] chars) { // คีนต้นไม้ฮัฟฟ์แมน
        BinaryMinHeap h = new BinaryMinHeap();
        for (int i = 0; i < freq.length; i++)
            h.enqueue(new HuffmanNode(freq[i], chars[i], null, null));
        for (int i = 0; i < freq.length - 1; i++) {
            HuffmanNode n1 = (HuffmanNode) h.dequeue();
            HuffmanNode n2 = (HuffmanNode) h.dequeue();
            h.enqueue(new HuffmanNode(n1.freq + n2.freq, null, n2, n1));
        }
        return (HuffmanNode) h.dequeue();
    }
    //-----
    private static class BitStream { // เป็นอ็อบเจกต์ให้บริการเก็บรายการของบิต
        public int get(int k) { ... } // คีนค่าของ bit ที่ k มีค่า 0 หรือ 1 เท่านั้น
        public int size() { ... } // คีนจำนวนบิต
        public void remove(int k) { ... } // ลบบิตที่ k ออก
        . . .
    }
    //-----
    public static String decoding(HuffmanNode hTree, BitStream bitstream) {
```



```
}
}
```

6. (10 คะแนน) เราต้องการปรับปรุงการทำงานของเมทอด `public get(Object e)` ของคลาส `BSTree` ใหม่โดยมีเป้าหมายคือ ทำให้ปมที่ถูกค้นพบโดย `get` นั้นถูกย้ายตำแหน่งขึ้นไปอยู่ที่รากของต้นไม้ โดยที่ต้นไม้ยังคงเป็น `binary search tree` อยู่ การทำงานดังกล่าวสามารถทำได้ง่าย ๆ โดยใช้กระบวนการหมุนปมดังที่ได้ศึกษาไปในเรื่อง `AVLTree` โดยสามารถอธิบายขั้นตอนได้ดังนี้ เมื่อเราพบปมที่เราต้องการ กำหนดให้ `X` แทนปมดังกล่าว ถ้า `X` เป็นลูกทางซ้ายของพ่อของ `X` เราจะทำการ `rotateLeftChild` ที่ปมพ่อของ `X` เพื่อให้ `X` นั้นถูกย้ายขึ้นไปแทนตำแหน่งของพ่อ แต่ถ้า `X` เป็นลูกทางขวา เราจะทำการ `rotateRightChild` ที่ปมพ่อของ `X` ซึ่งจะทำให้ `X` ถูกย้ายขึ้นไปแทนตำแหน่งของพ่อเช่นเดียวกัน จึงปรับปรุงเมทอด `getNode` ดังต่อไปนี้ โดยให้เขียนเติมลงในพื้นที่ที่เว้นว่างไว้เท่านั้น เพื่อให้ `getNode` นั้นทำงานตามที่ได้กล่าวมา คำแนะนำ: ในคลาส `BSTree` นั้นมีเมทอด `rotateLeftChild` และ `rotateRightChild` ให้เรียกใช้ได้อยู่แล้ว ควรจะใช้เมทอดดังกล่าวด้วย (หมายเหตุ: ข้อความต่อไปนี้ไม่เกี่ยวข้องกับโจทย์ การปรับปรุงนี้มีเป้าหมายเพื่อให้ปมที่ถูกค้นพบนั้น เมื่อถูกค้นแล้วการค้นปมดังกล่าวจะเร็วยิ่งขึ้นในการค้นครั้งถัด ๆ ไป ซึ่งแนวคิดดังกล่าวถูกนำไปใช้ในการสร้างโครงสร้างข้อมูลที่ชื่อ `Splay Tree`)

```
public Object get(Object e) {
    Node node = getNode(root, e);
    return node == null ? null : node.element;
}

Node getNode(Node r, Object e) {

    if (r == null) return null;

    int cmp = compare(e, r.element);

    if (cmp == 0) return r;

    if (cmp < 0) {

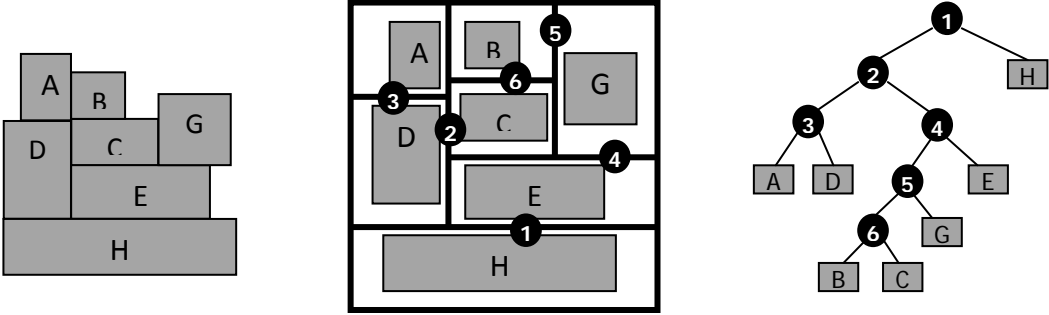
        return getNode(r.left, e);

    } else {

        return getNode(r.right, e);

    }
}
```

7. (10 คะแนน) มีสี่เหลี่ยมผืนผ้าหลายรูป ปัญหาหนึ่งที่น่าสนใจคือ จะวางสี่เหลี่ยมอย่างไร ไม่ให้ซ้อนทับกัน และใช้บริเวณล้อมรอบที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่น้อยที่สุด ๆ เราคงไม่ให้ออกแบบวิธีหาคำตอบของปัญหานี้ แต่สิ่งที่เราสนใจคือ การจัดวางสี่เหลี่ยมต่าง ๆ สามารถแทนได้ด้วย binary tree รูปซ้ายข้างล่างนี้ คือ การจัดวางรูปแบบหนึ่ง เราสามารถจินตนาการการวางแบบรูปซ้ายนี้ เหมือนการแบ่งพื้นที่การวางออกเป็นส่วน ๆ ก่อนอื่นขอเลื่อนสี่เหลี่ยมในรูปซ้ายออกจากกันเล็กน้อย เพื่อความสะดวกในการอธิบาย ดังรูปกลาง การจัดวางนี้ มาจากการเริ่มแบ่งพื้นที่ออกด้วยเส้นแบ่งแนวนอน ❶ ส่วนล่างวาง H ส่วนบนวางที่เหลือ แบ่งต่อด้วยเส้นแบ่งแนวตั้ง ❷ ได้ด้านซ้ายสำหรับ A และ D ด้านขวาสำหรับที่เหลือ แบ่งต่อด้วยเส้นแบ่งแนวตั้ง ❸ ไปจนแต่ละบริเวณมีสี่เหลี่ยมเพียงรูปเดียว สามารถแทนการแบ่งนี้ได้ด้วย binary tree ดังรูปขวา



กำหนดให้คลาส BNode แทนปมต่าง ๆ ของต้นไม้ มีรายละเอียดดังแสดงทางขวานี้ ให้สังเกตว่า แต่ละปมมีความกว้างและความสูงกำกับ ถ้าเป็นใบก็เป็นสี่เหลี่ยมย่อมมีความสูงความกว้าง แต่ความกว้างความสูงของปมภายในคืออะไร? อ้อ มันก็คือความกว้างและความสูงของบริเวณล้อมรอบเล็กสุดที่ครอบสี่เหลี่ยมลูกหลานทั้งหมดของปมนั้น เช่น ปม ❸ ที่แทนเส้นแบ่งแนวนอน ❸ ในรูปกลาง และก็แทนบริเวณเล็กสุดที่ล้อมรอบสี่เหลี่ยม A กับ D ด้วย (อ้อ ในกรณีของปมภายใน ถ้าตัวแปรที่ชื่อ isHorizontal เป็น true แสดงว่า ปมนั้นแบ่งตามแนวนอน ถ้าเป็น false ก็แบ่งตามแนวตั้ง เช่น ปม ❶ แบ่งแนวนอนจึงมี isHorizontal เป็น true)

```
class BNode {
    double width, height;
    String id;
    boolean isHorizontal;
    BNode left, right;
}
```

ก็มาถึงสิ่งที่ต้องการให้เขียนสักที จงเติมรายละเอียดของเมทอด getMinimumBoundingBoxArea(BNode r) ที่คืนขนาดของพื้นที่ของบริเวณที่ล้อมรอบสี่เหลี่ยมทั้งหลายของการจัดวางซึ่งแทนด้วยต้นไม้ที่มี r เป็นราก และตั้งค่า width และ height ของ r ให้ถูกต้องด้วย

```
public static double getMinimumBoundingBoxArea( BNode r ) {
    ...
}
```

8. (10 คะแนน) กำหนดให้ปัญหาการนับความถี่ของคำเป็นดังนี้ ให้มีข้อมูลหนังสือภาษาอังกฤษ 1 เล่ม (ข้อมูลอยู่ในลักษณะ List ของ String โดยที่ข้อมูลแต่ละตัวใน List ดังกล่าวคือคำในหนังสือเรียงกันตั้งแต่คำแรกถึงคำสุดท้าย) เราต้องการทราบว่าในหนังสือดังกล่าว นั้น มีคำ X ปรากฏอยู่กี่ครั้ง ให้ออกแบบโครงสร้างข้อมูลชื่อ **WordCount** ซึ่งต้องทำงานได้ดังต่อไปนี้
- สามารถรับข้อมูลหนังสือเข้าไปได้
 - สามารถตอบได้ว่าในข้อมูลหนังสือที่รับเข้ามานั้น มีคำ X ปรากฏอยู่กี่ครั้งโดยที่ X เป็น String ถ้าไม่มีคำนั้นอยู่เลยให้ตอบ 0
- สำหรับข้อมูลหนังสือแต่ละเล่มที่รับเข้าไปนั้น โครงสร้างข้อมูล WordCount จะถูกเรียกถามว่ามีคำว่า X อยู่หลาย ๆ ครั้งเข้าไปซ้ำมา เพราะฉะนั้น การตอบว่ามีคำ X อยู่กี่ครั้งนั้นควรจะทำงานเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้

8.1 จงออกแบบโครงสร้างข้อมูลโดยอธิบายแนวทางการทำงานพอสังเขป โดยให้ตอบไม่เกินพื้นที่ที่เว้นว่างไว้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8.2 จงแสดงตัวอย่าง การสร้าง และวิธีการหาว่า มี X ปรากฏอยู่กี่ครั้งในหนังสือ ควรวาดรูปพร้อมคำอธิบายช่วยในการตอบคำถาม