

ID _____ Name _____ Sec _____

1 (8 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้สั้น ๆ ไม่ต้องอธิบาย

- $n/3 + n/4 + n/5 + \dots + n/n$ = $\Theta(\text{_____})$
- $1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + n^2$ = $\Theta(\text{_____})$
- $3^3 + 3^4 + 3^5 \dots + 3^n$ = $\Theta(\text{_____})$
- $(1/5)^1 + (1/5)^2 + (1/5)^3 + \dots + (1/5)^n$ = $\Theta(\text{_____})$
- การเรียงลำดับข้อมูล n ตัวจากมากไปน้อยด้วย mergesort ใช้เวลา = $\Theta(\text{_____})$
- การ partition ใน quicksort ใช้เวลา = $\Theta(\text{_____})$
- หากเราใช้ median-of-median of 5 เป็น pivot ในการทำ partition ใน quicksort จะทำให้ quicksort ในกรณี worst case ใช้เวลา = $\Theta(\text{_____})$
- ให้ $T(n) = 5T(0.2n) + \Theta(1)$, $T(0) = \Theta(1)$ จะได้ว่า $T(n)$ = $\Theta(\text{_____})$

2 (8 คะแนน) จงวิเคราะห์ว่าแต่ละอัลกอริทึมข้างล่างนี้ใช้เวลาเป็น Θ อะไรของตัวแปร n (ให้ถือว่า operator $*$ / $+$ - และอื่น ๆ ใช้เวลา $\Theta(1)$ ทั้งสิ้น และการหาร / ที่แสดงทั้งหมดเป็นการหารแบบปัดเศษทิ้ง) แสดงวิธีทำด้วยในช่องทางขวา

<pre>Hanoi(n, a, b, c) { if (n == 0) return Hanoi(n-1, a, c, b) print(n,a,'-->',c) Hanoi(n-1, b, a, c) }</pre>	
<pre>pmod(a, n, m) { p = 1 ak = a while (n > 0) { if (n%2 == 1) p = (p * ak) % m ak = (ak * ak) % m n = n/2 } return p }</pre>	
<pre>F(n, p) { if (n < 5) { print(p) } else { for (i=0; i<n; i++) p += i² - i p += 2*F(n/2, p) - F(n/2, p/5) } return p/8 }</pre>	
<pre>su(d[1..n], m) { // 1 ≤ m ≤ n s = 0 for (k = 1; k ≤ m; k++) for (i = k; i ≤ n; i += m) s += d[i] return s }</pre>	

3 (9 คะแนน) จงตอบคำถามต่อไปนี้ในช่องว่างที่กำหนดให้ ไม่ต้องแสดงวิธีทำ

- 34 เป็น median-of-median of 5 ของ จำนวนเต็ม 100 ตัว $0, 1, 2, 3, 4, \dots, 99$ ได้หรือไม่
- Longest common subsequence ของ "XAYYLGZO" กับ "AXQLXGO" คือ
- ผลรวมของ maximum contiguous sum ของ $[3, -2, 1, -4, 2, -2, 2, -3, 1]$ คือ
- การหาจำนวนฟีโบนัชชี $F(3)$ แบบ recursive top-down มีการเรียก F 5 ครั้ง ถ้าหา $F(6)$ จะมีการเรียก F เป็นจำนวน
- การ merge ข้อมูล $[1, 7, 8, 9]$ กับ $[2, 3, 4, 5]$ จะเกิดการเปรียบเทียบข้อมูลจาก 2 อารีย์นี้ ครั้ง
- เมทริกซ์ A_1, A_2, A_3 มีขนาด $[100 \times 10], [10 \times 100], [100 \times 2]$ ตามลำดับ ต้องคูณอย่างไรถึงเร็วสุด
- $start[] = \{1, 3, 0, 5, 8, 5\}$ และ $finish[] = \{2, 4, 6, 7, 9, 9\}$ เป็นเวลาเริ่มและจบของการใช้งานห้องห้องหนึ่ง ของงาน 6 งาน จะต้องเลือกงานใดมาใช้ห้องนี้โดยใช้เวลาไม่ซ้อนเหลื่อมกันและได้จำนวนงานมากที่สุด
- $w[] = \{10, 20, 30\}$ และ $v[] = \{60, 100, 120\}$ เป็นน้ำหนักและมูลค่าของของ 3 ชิ้น ให้มีถุงที่รับน้ำหนักได้มากที่สุด 50 อยากทราบว่าต้องเลือกของชิ้นได้ หนักเท่าไร บรรจุลงถุงตาม fractional knapsack problem
- เอกสารหนึ่งมีตัวอักษร a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวน 5, 9, 12, 13, 16 และ 45 ตามลำดับ อยากทราบว่าเราสามารถเข้ารหัสข้อมูลแบบ prefix-free variable length กับข้อมูลทั้งหมดในเอกสารนี้แล้วใช้รวมที่บิตน้อยสุด

4 (10 คะแนน) เด็กชายหนึ่ง เล่นเกมส์กับเด็กชายสอง โดยมีกติกาดังนี้ เริ่มต้นจะมีรายการของตัวเลขจำนวนเต็มที่ไม่ซ้ำกันอยู่ N ตัว (โดยที่ N เป็นเลขคู่) เด็กสองคนนี้จะต้องผลัดกันเลือกเลขจากรายการนี้ โดยห้ามเลือกเลขที่ถูกเลือกไปแล้ว โดยที่ เด็กชายหนึ่งจะ ได้เริ่มก่อน โดยผู้ชนะคือผู้ที่ผลรวมของตัวเลขทั้งหมดที่คนนั้นเลือกมีค่ามากกว่า จงอธิบายวิธีการเลือกตัวเลขของเด็กชายหนึ่งที่จะรับประกันว่าเขาจะชนะแน่นอน และ พิสูจน์ด้วยว่าชนะแน่ๆ

- 5 (10 คะแนน) มีร้านสะดวกซื้อแห่งหนึ่ง จัดรายการส่งเสริมการขายโดยแจกแสตมป์เมื่อซื้อสินค้าบางอย่าง กำหนดให้มีสินค้าทั้งหมด n อย่าง กำกับด้วยหมายเลข 1 ถึง n สินค้าหมายเลข i มีราคา $v[i]$ และจะได้แสตมป์ $s[i]$ ดวงต่อการซื้อสินค้าหมายเลข i 1 ชิ้น เราสามารถซื้อสินค้าแต่ละอย่างเป็นจำนวนเท่าไรก็ได้เท่าที่มีเงินอยู่ นอกจากนี้ ยังมีรายการโบนัสเพิ่มเติมอีกคือ เมื่อซื้อสินค้าทั้งหมดรวมราคาได้มากกว่าหรือเท่ากับ $t[j]$ จะได้แสตมป์เพิ่มอีก $b[j]$ ดวง โดยจะได้เพียงครั้งเดียวที่มียอดค่าใช้จ่ายสูงสุดเท่านั้น ตัวอย่างเช่น ซื้อครบ 100 บาท ได้ 3 ดวง ครบ 150 บาทได้ 5 ดวง กล่าวคือ จากตัวอย่างข้างต้น ถ้าซื้อของรวมเป็นราคา 255 บาท จะได้แสตมป์ 5 ดวงเท่านั้น (ไม่ใช่ 8 ดวง) กำหนดให้มีรายการโบนัสทั้งหมด m รายการ เรามีเงินอยู่ในมือทั้งหมด P บาท จงหาวิธีใช้เงิน P บาทเพื่อให้ได้แสตมป์มากที่สุด (กำหนดให้ $v[i]$ และ $t[j]$ เป็นจำนวนเต็มบวก และ $s[j]$, $b[j]$ เป็นจำนวนเต็มไม่ลบทั้งหมด)
- จงเขียน recurrent relation เพื่อคำนวณจำนวนแสตมป์สูงสุดที่เป็นไปได้ พร้อมทั้งระบุเงื่อนไขเริ่มต้นทั้งหมดด้วย
 - จงอธิบายว่าถ้านำ recurrent relation นั้นไปเขียนเป็นโปรแกรม จะมีประสิทธิภาพในการทำงานเป็นเท่าไร พร้อมอธิบายเหตุผล