

3. (5 คะแนน) ปัญหา MCP เป็นเกม puzzle เกี่ยวกับสายอักขระ (String) โดยมีกติกาดังนี้ ผู้เล่นจะเริ่มต้นด้วยสายอักขระ P และผู้เล่นจะสามารถสร้างอักขระใหม่จาก อักขระที่มีอยู่ ตามกฎ 4 ข้อ ดังต่อไปนี้
- 1) ถ้าสายอักขระที่มีอยู่ลงท้ายด้วย P เราสามารถสร้างสายอักขระใหม่โดยเติม C ต่อท้ายไปได้ เช่น P → PC
 - 2) เราสามารถสร้างสายอักขระใหม่ โดยการนำสำเนาซ้ำต่อท้ายอีกรอบ เช่น P → PP หรือ CPC → CCCCPC
 - 3) ถ้าสายอักขระที่มีอยู่ มี PPP เป็นส่วนประกอบ เราสามารถเปลี่ยน PPP เป็น C ได้ เช่น CPPPC → CCC
 - 4) ถ้าสายอักขระมี CC เป็นส่วนประกอบ เราสามารถลบ CC ทิ้งไปได้ เช่น PCCP → PP

ปัญหา MCP ต้องการทราบว่า เริ่มจากตัว P เราจะสามารถสร้างสายอักขระ CP ขึ้นมาได้จากจากกฎดังกล่าวหรือไม่ โปรแกรมต่อไปนี้ เป็นโปรแกรมเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว จงเลือกโครงสร้างข้อมูลที่เหมาะสมเพื่อใช้แก้ปัญหาดังกล่าว โดยให้ตอบว่า โครงสร้างข้อมูล XXX และ YYY ในโปรแกรมหกดังกล่าวควรจะเป็นโครงสร้างข้อมูลใด

```
public static void bfsMCP() {
    XXX data1 = new XXX(...);
    YYY data2 = new YYY(...);
    String st = "P";
    data1.เพิ่ม(st); data2.เพิ่ม(st);

    while( !data1.ว่างหรือไม่() ) {
        st = (String) data1.เอาออก();
        if (st.equals("CP")) break;
        if (st.charAt(st.length() - 1) == 'P')
            if (!data2.มีหรือไม่(st + "C")) { data1.เพิ่ม(st + "C"); data2.เพิ่ม(st + "C");}
        if (!data2.มีหรือไม่(st + st)) { data1.เพิ่ม(st + st); data2.เพิ่ม(st + st);}
        for(int i = 0; i <= st.length()-3; i++)
            if (st.substring(i,i+3).equals("PPP")) {
                String v1 = st.substring(0,i)+"C"+st.substring(i+3,st.length());
                if (!data2.มีหรือไม่(v1)) { data1.เพิ่ม(v1); data2.เพิ่ม(v1);}
            }
        for(int i = 0; i <= st.length()-2; i++)
            if (st.substring(i,i+2).equals("CC")) {
                String v2 = st.substring(0,i) + st.substring(i+2,st.length());
                if (!data2.มีหรือไม่(v2)) { data1.เพิ่ม(v2); data2.เพิ่ม(v2);}
            }
    }
    if (st.equals("CP")) System.out.println("YES!!!");
}
```

ตอบ: โครงสร้างข้อมูล XXX คือ

โครงสร้างข้อมูล YYY คือ

4. (10 คะแนน) จงเขียนเมทอด `remove(int k)` สำหรับโครงสร้างข้อมูลฮีปทวิภาค เพื่อลบข้อมูลในอาเรย์ช่องที่ `k` ออก โดยที่ยังคงรักษาความเป็นฮีปทวิภาคไว้ได้ เมทอดดังกล่าวควรจะใช้เวลาในการทำงานเป็น $O(\lg N)$ เมื่อ N เป็นจำนวนข้อมูลในฮีป

```
public class BinaryHeap implements PriorityQueue {
    private Object[] elementData;
    private int size;
    // ไม่ได้แสดง method ต่าง ๆ ของ BinaryHeap แต่สามารถเรียกใช้ได้ตามปกติ

    public Object remove(int k) {

    }
}
```

5. (10 คะแนน) จงออกแบบโครงสร้างข้อมูล `QueueByBinaryHeap` ซึ่งเป็นโครงสร้างข้อมูลประเภทแถวคอย โดยที่โครงสร้างข้อมูลนี้จะใช้โครงสร้างข้อมูลแบบ `BinaryHeap` ที่เก็บข้อมูล ให้นิสิตเขียนโปรแกรมเพิ่มเติมในเมทอด `public void enqueue(Object e)` และเมทอด `public Object dequeue()` จากโปรแกรมภาษาจาวาด้านล่างนี้ ห้ามนิสิตทำการเพิ่มเติม `field` สมาชิกใด ๆ ลงใน class ดังกล่าว (หมายเหตุ: ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบกรณีที่มีการใส่ข้อมูลเมื่อแถวคอยนี้เต็ม หรือการเอาข้อมูลออกเมื่อแถวคอยนี้ไม่มีข้อมูล คำแนะนำ: นิสิตควรจะใช้คลาสย่อย `Element` และตัวแปร `useMe` ในการทำงาน)

```
public class QueueByPriorityQueue {
    BinaryHeap bh;
    int useMe;           // <--- คำแนะนำ: ควรใช้ตัวแปรตัวนี้ให้เป็นประโยชน์
    class Element implements Comparable {

    }
    public void enqueue(Object e) {

    }
    public Object dequeue() {

    }
}
```

6. (10 คะแนน) โครงสร้างข้อมูลแบบกองซ้อนตามที่ได้เรียนมานั้น เมื่อกด void push(Object e) และ Object pop() นั้นจะกระทำกับข้อมูลทางด้าน “บน” ของกองซ้อน ให้นิสิตออกแบบโครงสร้างข้อมูลชื่อว่า TwoWayStack ซึ่งทำงานเหมือนกองซ้อนปกติทุกอย่าง แต่มีเมธอดเพิ่มเติม คือ void pushBottom(Object e) และ Object popBottom() ซึ่งจะใส่ข้อมูลเข้า และ นำข้อมูลออกจากด้านล่างของกองซ้อน เมื่อกดใหม่และเก่าทั้งหมดควรมีประสิทธิภาพเชิงเวลาเป็น $O(1)$ จงเติมส่วนของโปรแกรมลงในช่องว่างข้างล่างนี้ (หมายเหตุ: ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบกรณีที่มีการใส่ข้อมูลเมื่อกองซ้อนนี้เต็ม หรือการเอาข้อมูลออกเมื่อกองซ้อนนี้ไม่มีข้อมูล คำแนะนำ: นิสิตอาจจะต้องประกาศ field สมาชิกเพิ่มเติม และอาจจะต้องแก้ไข constructor)

```
public class TwoWayStack {
    private Object[] elementData;
    private int size;

    public TwoWayStack(int cap) {
        elementData = new Object[cap];
    }

    public Object pop() {

    }

    public void push(Object e) {

    }

    public Object popBottom() {

    }

    public void pushBottom(Object e) {

    }
}
```

7. (10 คะแนน) ฮีปแบบทวิภาคนั้นมีโครงสร้างเป็นต้นไม้ทวิภาค (binary tree) ให้นิสิตทำการดัดแปลงฮีปแบบทวิภาค โดยเปลี่ยนจากการใช้ต้นไม้ทวิภาค เป็นต้นไม้ไตรภาค (3-ary tree) ซึ่งต้นไม้ดังกล่าวจะมีลูกจำนวน 3 ลูก แทนที่จะมีแค่ 2 ลูก โดยที่หลักการอื่น ๆ ยังคงเหมือนเดิม

- 1) จงอธิบายวิธีการระบุตำแหน่งของลูกทั้ง 3 ใน อาร์เรย์เมื่อกำหนดให้ตำแหน่งของปมพ่อนั้นอยู่ที่ตำแหน่ง k

- 2) จงอธิบายวิธีการระบุตำแหน่งของพ่อ เมื่อกำหนดให้ตำแหน่งของปมลูกนั้นอยู่ที่ตำแหน่ง k

- 3) จงเขียนเมทอด `fixDown(int k)` สำหรับโครงสร้างข้อมูลนี้ พร้อมทั้งวิเคราะห์ประสิทธิภาพเชิงเวลาของเมทอดดังกล่าว

```
public class BinaryHeap implements PriorityQueue {
    private Object[] elementData;
    private int size;

    // ไม่ได้แสดง method ต่าง ๆ ของ BinaryHeap แต่สามารถเรียกใช้ได้ตามปกติ
    private void fixDown(int k) {

    }
}
```

การวิเคราะห์ประสิทธิภาพเชิงเวลาของเมทอด `fixDown` ที่เขียน

.....

.....

.....

.....

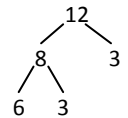
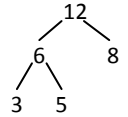
.....

8. (10 คะแนน) กำหนดให้ฮีปทวิภาค A มีข้อมูล n ตัวประกอบด้วยข้อมูล $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ โดยที่ $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots \geq a_n$ และให้ฮีปทวิภาค B มีข้อมูล m ตัวประกอบด้วยข้อมูล $(b_1, b_2, b_3, \dots, b_m)$ โดยที่ $b_1 \geq b_2 \geq b_3 \geq \dots \geq b_m$ (ขอเน้นว่า subscript ที่เขียนใน $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ และ $(b_1, b_2, b_3, \dots, b_m)$ ไม่จำเป็นต้องเป็น index ของอาเรย์ที่แทนฮีป)

จงเขียนเมทอด `int compareTo(Object obj)` เพื่อให้คลาส `BinaryHeap` เป็นแบบ `Comparable`

โดยมีนิยามการเปรียบเทียบฮีปสองต้นดังนี้

- ฮีป A จะ "มากกว่า" ฮีป B เมื่อ $a_1 > b_1$ ในกรณีที่ $a_1 = b_1$ ฮีป A จะ "มากกว่า" ฮีป B ก็ต่อเมื่อ ฮีป A' ที่เก็บ (a_2, a_3, \dots, a_n) มากกว่า ฮีป B' ตัว ที่เก็บ (b_2, b_3, \dots, b_m) ตัวอย่างเช่น ฮีปสองตัวที่แสดงทางขวานี้ ฮีปตัวบน "มากกว่า" ฮีปตัวล่าง
- ฮีปที่มีข้อมูลจะ "มากกว่า" ฮีปว่าง (ไม่มีสมาชิกเลย)
- ฮีปสองต้นจะ "เท่ากัน" ก็ต่อเมื่อมีข้อมูลในฮีปเหมือนกันทุกตัว



หมายเหตุ : การทำงานของ `compareTo` ต้องไม่เปลี่ยนข้อมูลภายในฮีป นั่นคือหลังการเรียกใช้ `compareTo` ข้อมูลภายในฮีปทั้งสองจะต้องเหมือนเดิม

```

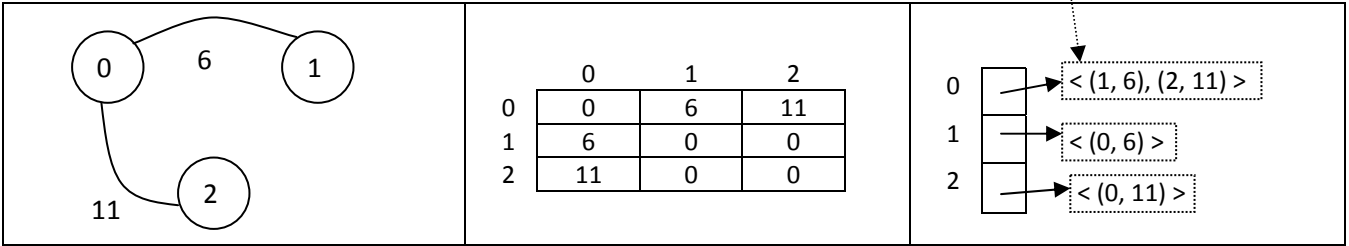
public class BinaryHeap implements PriorityQueue, Comparable {
    private Object[] elementData;
    private int size;

    // ไม่ได้แสดง method ต่าง ๆ ของ BinaryHeap แต่สามารถเรียกใช้ได้ตามปกติ
    public int compareTo(Object obj) {
        BinaryHeap that = (BinaryHeap) obj;
    }
}
  
```

9. (10 คะแนน) กราฟถ่วงน้ำหนักแบบไม่มีทิศทาง (undirected weighted graph) เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยเซตของปมและเซตของเส้นเชื่อม โดยที่เส้นเชื่อมจะเป็นคู่อันดับของปม และ แต่ละเส้นเชื่อมจะมีค่าน้ำหนักกำกับอยู่ กำหนดให้ เมทริกซ์ประชิด (Adjacency Matrix) $A = [a_{ij}]$ ของกราฟดังกล่าวที่ประกอบด้วยปมจำนวน N ปมเป็นเมทริกซ์ขนาด $N \times N$ โดยที่ a_{ij} จะมีค่าเท่ากับน้ำหนักของเส้นเชื่อมที่เชื่อมจากปม i ไปยังปม j และจะมีค่าเท่ากับ a_{ji} กำหนดให้รายการประชิด (Adjacency List) ของกราฟดังกล่าวนี้ประกอบด้วยรายการ (List) จำนวน N รายการ สำหรับแต่ละปม โดยที่รายการสำหรับปม p จะเก็บคู่อันดับที่ระบุถึง

ปมทั้งหมดที่เชื่อมกับปม p พร้อมด้วยค่าถ่วงน้ำหนักของเส้นเชื่อมที่เชื่อมปมนั้น ตัวอย่างต่อไปนี้แสดงกราฟ พร้อมด้วย เมทริกซ์ประชิด และ รายการประชิด ของกราฟดังกล่าว

ArrayList ที่เก็บข้อมูลแบบ ListItem



กราฟ

เมทริกซ์ประชิด

รายการประชิด

จงเขียนเมทอดที่ทำการแปลงเมทริกซ์ประชิดเป็นรายการประชิด และเมทอดที่ทำการแปลงรายการประชิดเป็นเมทริกซ์ประชิด

```

public class GraphUtil {
    static class ListItem {
        int toNode, weight;
        public ListItem(int toNode, int weight) {
            this.toNode = toNode; this.weight = weight;
        }
    }
    public static ArrayList [] MatrixToList(int [][] adjMat) {
        int size = adjMat.length;
        ArrayList [] list = new ArraList[size];

        return list;
    }
    public static int [][] ListToMatrix(ArrayList [] adjList) {
        int size = adjList.length;
        int [][] adjMat = new int[size][size];

        return adjMat;
    }
}
    
```